EXPERIMENT 11

Object : To study the variation of T with l for a compound (bar) pendulum and to determine.

(*i*) the value of accelaration due to gravity (g) in the laboratory.

(*ii*) the radius of gyration (k) and the moment of inertia of bar about an axis through C.G. and purpendicular to its length.

Apparatus used : Bar pendulum, knife edge attached to a rigid support, stopwatch, meter scale.

Formula used : The time period of oscillation of a bar (compound pendulum)

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

and the value of g may be given as

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

where L = distance between centres of oscillation and suspension

$= \left(\frac{k^2}{l} + l\right)$, the equivalent length of a simple pendulum that can be calculated from graph between T and l

T = periodic time

Additional formula: The radius of gyration of pendulum

$$k = \sqrt{l_1 l_2}$$

and the moment of inertia of the bar pendulum

$$I = mk^2$$

where l_1 and l_2 are the distances of point of suspension and oscillation from C.G. and m is the mass of the bar pendulum.

Description of Apparatus

As illustrated in Fig. 7(*a*) the bar pendulum is a uniform metal bar having equidistant

holes drilled along its length symmetrically on either side of C.G. These holes allow the bar to be suspended from kinfe edge which is simply a piece of hard steel ground to a sharp edge.

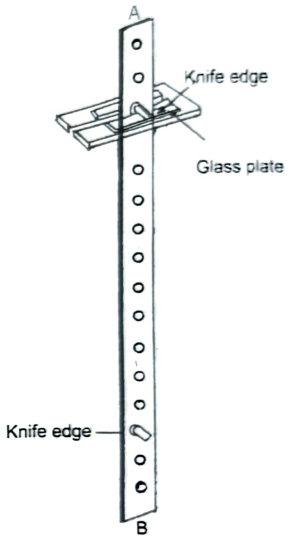

Fig. (a)

In a compound pendulum for any point of suspension, there is another point on other side of C.G., called centre of oscillation. The time period for both the points is same and the two points are interchangeable. In bar pendulum there are two other such points having same time period. The distance between the above two points is known as the length of equivalent simple pendulum $\left(L = \frac{k^2}{l} + l\right)$. If l in the distance of centre of suspension from C.G. then the distance of centre of oscillation from C.G. will be k^2/l.

Observations

Least count of stopwatch = ... sec.

No. of hole	Distance from G.G. (cm.)	No. of oscillations	Time taken			Time period T sec
			min	sec.	Total (sec.)	
1 2 ⋮ 9	45 40 ⋮ 5	50 50 ⋮				
(Turn the Pendulum)						
10 ⋮ 18	5 10 ⋮ 45	50 50 ⋮ 50				

Procedure

(*i*) Hang the bar pendulum vertically from the knife edge in the hole 1 nearest to one end at the same time put the other knife edge in the hole nearest to other end. By doing so the position of the C.G. of the bar remains unaltered.

(*ii*) The pendulum is allowed to oscillate with a small amplitude (of about 5°). Now with the help of a sensitive stopwatch the time for 50 oscillations is noted and the time period of one oscillation is calculated. The distance of hole from C.G. is also noted.

(*iii*) Repeat the same observations with the knife edges in 2nd, 3rd, 4th etc. holes on the bar.

(*iv*) Now the bar pendulum is inverted and the same procedure is repeated.

प्रयोग विधि

(*i*) दण्ड लोलक के एक सिरे के सबसे पास के छिद्र में क्षुरधार (knife edge) लगाकर उसे आधार पर लटकाते हैं तथा दूसरे सिरे के सबसे पास के छिद्र में भी ऐसी ही क्षुरधार लगाते हैं। ऐसा करने से दण्ड लोलक का गुरुत्व केन्द्र अपरिवर्तित रहता है।

(*ii*) लोलक को बहुत छोटे आयाम (लगभग 5°) के साथ दोलन कराते हैं और सुग्राही विराम घड़ी से 50 दोलनों का समय ज्ञात करते हैं तथा एक दोलन के लिए दोलनकाल निकालते हैं। इस छिद्र की केन्द्र से दूरी भी नोट करते हैं।

(*iii*) अब क्षुरधारों को क्रमशः किनारे से दूसरे, तीसरे, चौथे आदि छिद्रों में लगाकर दोलन कराते हैं तथा कंपनों का समय व छिद्रों की केन्द्र से दूरी नोट करते रहते हैं।

(*iv*) अब दण्ड लोलक को उल्टा करते हैं तथा पूरी प्रक्रिया फिर से दोहराते हैं।

Calculations

To plot a graph

(*i*) To plot a graph between T and l, take the Y-axis in the middle of the graph paper. Now represent the time period along Y-axis and distance from C.G. on X-axis with suitable scales.

(*ii*) Take the distance on one side of C.G. on right side of origin and the distances on other side of C.G. to the left of origin.

(*iii*) Draw smooth curves through plotted points on each side of Y-axis separately.

Now draw two lines parallel to X-axis cutting curves at four points $ABCD$ and $A'B'C'D'$ respectively as shown in Fig. (*b*).

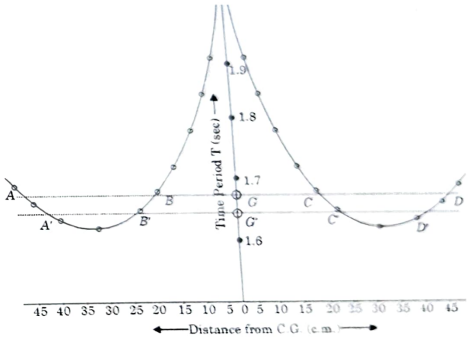

Fig. (b)

S.No.	Length of equivalent simple pendulum L			Time period t	L/t^2
	(*i*)	(*ii*)	Mean L = (AC + BD)/2		
1. 2.	AC = A'C' =	BD = B'D' =	– –		

Now substitute the values of L and t in formula to get the value of g

$$g = \frac{4\pi^2 L}{t^2} = \ldots \text{ cm/sec}^2$$

Result : The value of acceleration due to gravity (g) at.....(name of the city) = ... m/sec^2

Standard value : The value of g (from table) = ... m/sec^2

Percentage error = ...%

Precautions

(*i*) The knife edges should be horizontal and the two knife edges should always lie symmetrically on both sides of C.G.

(*ii*) The amplitude of oscillations should be small.

(*iii*) The curves should be drawn smoothly.

(*iv*) The pendulum should oscillate in vertical plane only.

To find the Radius of Gyration

S.No.	l_1 cm.	l_2 cm.	$k = \sqrt{l_1 l_2}$ (cm.)	mean k cm.
1.	AG =	BG =	—	
2.	GD =	GC =	—	—
3.	$A'G'$ =	$B'G'$ =	—	
4.	$G'D'$ =	$G'C'$ =	—	

The radius of gyration of the bar pendulum about an axis though its C.G. and purpendicular to its length k = ... cm.

The moment of inertia of the bar pendulum $I = mk^2$ = ... gm × cm^2

QUESTIONS

Q.1 गुरुत्व किसे कहते हैं?

Ans. गुरुत्व वह आकर्षण बल है जिससे पृथ्वी किसी वस्तु को अपने केन्द्र की ओर खींचती है।

Q.2 पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण 'g' क्या है।

Ans. मुक्त रूप से पृथ्वी की सतह की ओर गिरती किसी वस्तु के वेग में 1 सेकेण्ड में होने वाली वृद्धि को पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण 'g' कहते हैं।

Q.3 न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण नियम बताइये।

Ans. दो पदार्थिक कणों के बीच लगने वाला आकर्षण बल कणों के द्रव्यमानों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है। इसकी दिशा दोनों कणों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होती है। यदि m_1 व m_2 द्रव्यमान के कण r दूरी पर स्थित हैं तथा उनके बीच लगने वाला आकर्षण बल $\vec{F}$ है तब न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियम से

$$\vec{F} = \frac{G m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$$

यहां G न्यूटन का गुरुत्वाकर्षण नियतांक है।

Q.4 G तथा g में क्या सम्बन्ध है?

Ans. $g = \frac{Gm}{R^2}$ यहां R पृथ्वी की त्रिज्या है।

Q.5 पृथ्वी की सतह पर g का मान क्यों बदलता है?

Ans. पृथ्वी की सतह पर g के मान में परिवर्तन के दो कारण है-

1. पृथ्वी के अपनी अक्ष के परित: घूमने के कारण इस पर स्थित सभी वस्तुएं गोलीय पथ पर घूमती हैं जिससे उन पर एक अभिकेन्द्रीय बल कार्य करता है।
2. चूंकि पृथ्वी का आकार पूर्ण गोलीय नहीं है। इसकी त्रिज्या ध्रुवों (Poles) पर कम तथा विषुवत् रेखा (equator) पर अधिक होती है अर्थात R में परिवर्तन से सूत्र $g = \frac{Gm}{R^2}$ के अनुसार g का मान परिवर्तित हो जाता है।

Q.6 पृथ्वी तल से g का मान किस प्रकार बदलता है?

Ans. 1. g का मान ध्रुवों (poles) पर सर्वाधिक तथा विषुवत् रेखा (equator)पर सबसे कम होता है।

2. पृथ्वी की सतह से ऊपर या नीचे जाने पर g का मान कम हो जाता है।

3. g का मान उन्नतांश (altitude) के कारण कम होता है।

Q.7 पृथ्वी के केन्द्र पर g का मान क्या होता है?

Ans. शून्य।

Q.8 छड़ लोलक (bar pendulum) किस प्रकार का लोलक है?

Ans. यह एक संयुक्त लोलक (Compound pendulum) है।

Q.9 संयुक्त लोलक किसे कहते हैं? यह सरल लोलक से किस प्रकार भिन्न है?

Ans. कोई दृढ़ वस्तु जो स्वयं से गुजरने वाली एक क्षैतिज अक्ष के सापेक्ष ऊर्ध्वाधर तल में स्वतंत्रता पूर्वक दोलन कर सके, संयुक्त लोलक कहलाती है। जबकि किसी पदार्थ के अत्यन्त सूक्ष्म किन्तु भारी कण को एक भारहीन तथा लम्बाई में न बढ़ने वाले (inextensible) पूर्ण लचकदार धागे के एक सिरे से बांधकर किसी दृढ़ आधार से लटका दे तों यह समायोजन सरल लोलक कहलाता है। सरल लोलक में घूर्णन अक्ष दोलन करती वस्तु से नहीं गुजरती।

Q.10 संयुक्त लोलक के आवर्तकाल के सूत्र में K क्या है?

Ans. सूत्र में K घूर्णन त्रिज्या (radius of gyration) है।

Q.11 घूर्णन त्रिज्या किसे कहते हैं

Ans. किसी घूर्णन अक्ष के सापेक्ष पिण्ड की घूर्णन त्रिज्या, घूर्णन अक्ष से वह दूरी है जहां पर पिण्ड का समस्त द्रव्यमान संकेन्द्रित मान लेने पर भी पिण्ड का जड़त्व आघूर्ण (MK^2) उसके वास्तविक जड़त्व आघूर्ण ($I = \sum mr^2$) के समान होता है।